القسم: تحليل - رياضيات السنة: الرابعة ت+ج المادة: منطق رياضي المحاضرة: الثانية

تمرين ①- بين إذا كان التابع:

$$f : (\mathbb{R}, \leq) \longrightarrow (\mathbb{R}, \leq)$$

المعرف بالعلاقة $f(x) = x^3 + 1$

برهن أن f إيزومورفيزم ترتيبي

- ح: إيزومورفيزم الترتيبي ⟵ 1- f مورفيزم ترتيبي.
2- f متباين $f(x) = f(y) \Leftrightarrow x = y$ تطبيق متباين.
3- f^{-1} مورفيزم ترتيبي.

الحل:

1- منطلق

$$\forall x, y \in \mathbb{R} \; ; \; x \leq y \overset{?}{\Rightarrow} f(x) \leq f(y)$$

$$f'(x) = 3x^2 \geq 0 \Rightarrow f \text{ متزايد } \Rightarrow f(x) \leq f(y)$$

ومنه f مورفيزم ترتيبي

2- منطلق

$$\forall x, y \in \mathbb{R} \; ; \; f(x) = f(y) \Leftrightarrow x^3 + 1 = y^3 + 1 \Leftrightarrow$$

$$x^3 = y^3 \Leftrightarrow x = y \Rightarrow f \text{ متباين}$$

3-

$$f^{-1} = ?$$

نفرض $y = f(x) = x^3 + 1 \Rightarrow x^3 = y - 1$

$$x = \sqrt[3]{y-1} \Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x-1}$$

$$(f^{-1}(x))' = \frac{1}{3\sqrt[3]{(x-1)^2}} > 0 \Rightarrow f^{-1} \text{ متزايد}$$

f^{-1} منطلق مستقر f

$$\forall \; \alpha, \beta \in \mathbb{R} \; ; \; \alpha \leq \beta \Rightarrow f^{-1}(\alpha) \leq f^{-1}(\beta)$$

إلى أن f^{-1} مورفيزم ترتيبي.

من (1) و (2) و (3) نجد أن f إيزومورفيزم ترتيبي.

- مبرهنة اساسية :

تمرين (2) - لتكن $(E, \leq, \vee, \wedge)$ شبكة عندئذ :

1) - $a \leq b \Rightarrow a \vee b = b$

2) - $a \leq b \Rightarrow a \wedge b = a$

الحل : (1) - إن $b \leq a \vee b$ ...(1)

من جهة ثانية لدينا $b \leq b$, $a \leq b$ $\Rightarrow a \vee b \leq b \vee b = b$

ومنه $a \vee b \leq b$ ...(2)

من (1) و (2) وبكون $\leq$ تخالفية نجد أن :

$a \vee b = b$

(2) - إن $a \wedge b \leq a$ ...(1)

من الفرض $a \leq a$, $a \leq b$ $\Rightarrow a = a \wedge a \leq a \wedge b$

$\Rightarrow a \leq a \wedge b$ ... (2)

من (1) و (2) نجد أن :

$a \wedge b = a$

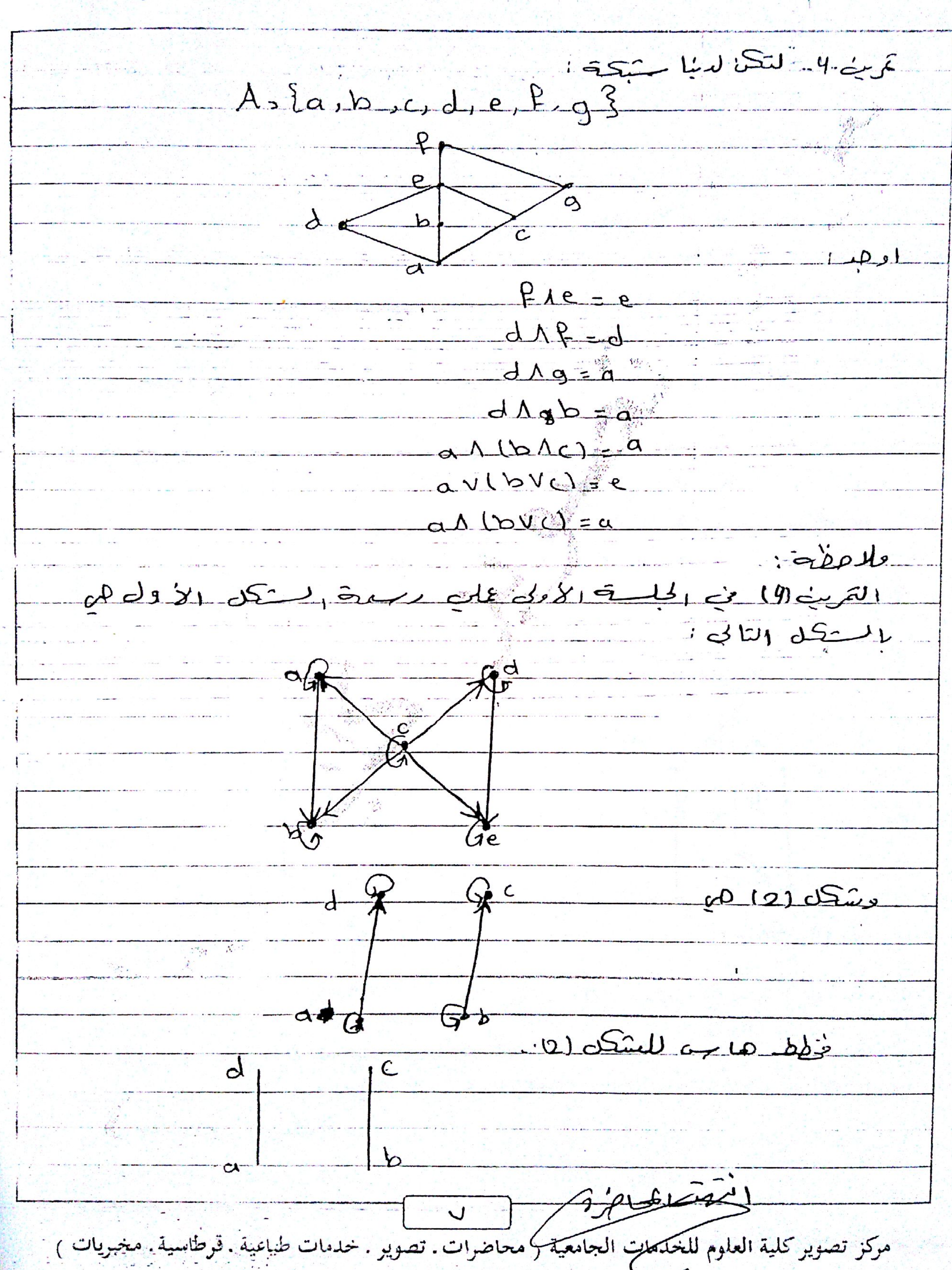
تمرين (3) - بين فيما إذا كانت المخططين شبكة أم لا .

شكل (1)

شكل (2)

الحل : شكل (1) ليس شبكة لأن $f \wedge g$ غير موجود .

شكل (2) شبكة :



تمرين -٤- لتكن لدينا شبكة :

$A = \{a, b, c, d, e, f, g\}$

اوجد :

$f \wedge e = e$

$d \wedge f = d$

$d \wedge g = a$

$d \wedge b = a$

$a \wedge (b \wedge c) = a$

$a \vee (b \vee c) = e$

$a \wedge (b \vee c) = a$

ملاحظة :

التمرين (٩) في الجلسة الاولى على رسم الشكل الأول هي بالشكل التالي :

وشكل (2) هي

مخطط هاس للشكل (2) :

انتهت المحاضرة